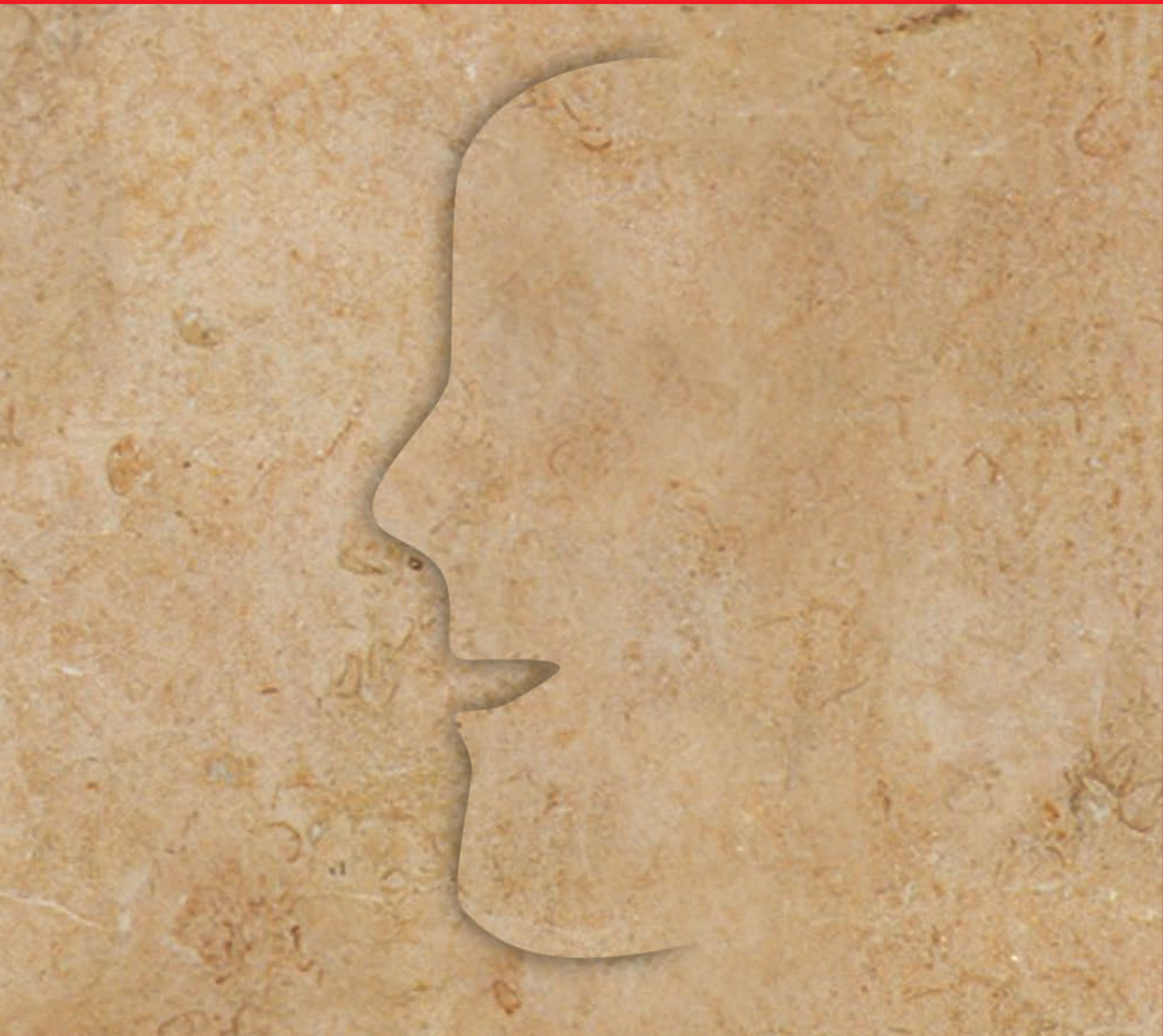
Filosofía de la ciencia, filosofía del lenguaje y filosofía de la psiquiatría

EDITORES ACADÉMICOS
Juan José Botero, Álvaro Corral, Carlos Cardona y Douglas Niño



I Congreso Colombiano de Filosofía

Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano
Abril 19 a 22 de 2006 - Bogotá, Colombia

MEMORIAS
Volumen II

I Congreso Colombiano de Filosofía
Memorias

Volumen II

Filosofía de la ciencia, filosofía del lenguaje y filosofía de la psiquiatría

Eduardo Bermúdez Barrera
José Luis Cárdenas B.
Uriel A. Cárdenas A.
Carlos Alberto Cardona Suárez
David L. Dahmen
William Duica C.
Édgar Eslava
David Fajardo Chica
Alfonso Flórez
Daian Tatiana Flórez Quintero
Shaun Gallagher
Carlos Emilio García Duque
Carolina García Sánchez
Adolfo León Gómez
Germán Guerrero Pino
Juan Manuel Jaramillo Uribe
Santiago Mejía
Raúl Meléndez
Juan Carlos Moreno O.
Douglas Niño
Andrés Páez
Jaime Ramos Arenas
Mauricio Rengifo Gardeazábal
Anthony Sampson
Juan Carlos Vélez
Fernando Zalamea
Pablo Zuleta González

Congreso Colombiano de Filosofía (2006: Bogotá). I Congreso Colombiano de Filosofía / Sociedad Colombiana de Filosofía, Universidad Jorge Tadeo Lozano, Departamento de Humanidades: Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano, 2008.
3 v.: il.; 24 cm. – (Colección: Humanidades).

Contenido: v. I. Estética, fenomenología y hermenéutica – v. II. Filosofía de la ciencia, filosofía del lenguaje y filosofía de la psiquiatría – v. III. Ética y filosofía política, filosofía de la religión e historia de la filosofía.

ISBN: 978-958-9029-98-5

1. Filosofía - congresos, conferencias, etc. 2. Estética - congresos, conferencias, etc. 3. Fenomenología - congresos, conferencias, etc. 4. Hermenéutica - congresos, conferencias, etc. 5. Filosofía de la ciencia - congresos, conferencias, etc. 6. Filosofía del lenguaje - congresos, conferencias, etc. 7. Filosofía de la psiquiatría - congresos, conferencias, etc. 8. Ética - congresos, conferencias, etc. 9. Filosofía política - congresos, conferencias, etc. 10. Filosofía de la religión - congresos, conferencias, etc. 11. Historia de la filosofía - congresos, conferencias, etc.
I. Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano, Departamento de Humanidades. II. Sociedad Colombiana de Filosofía.
CDD100'C749

Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano
Carrera 4 Nº 22-61 – PBX: 242 7030 – www.utadeo.edu.co

Filosofía de la ciencia, filosofía del lenguaje y filosofía de la psiquiatría. I Congreso Colombiano de Filosofía. Memorias. Volumen II

ISBN: 978-958-9029-98-5

Primera edición: 2008

Rector: José Fernando Isaza Delgado
Vicerrector académico: Diógenes Campos Romero
Director del Departamento de Humanidades: Álvaro Corral Cuartas
Director editorial (e): Jaime Melo Castiblanco
Editores académicos: Juan José Botero, Álvaro Corral, Carlos Alberto Cardona y Douglas Niño
Coordinación editorial y revisión de textos: Andrés Londoño Londoño
Concepto gráfico y diseño de portada: Felipe Duque Rueda
Diagramación: Mary Lidia Molina Bernal
Impresión digital: Cargraphics S.A.

Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio sin autorización escrita de la Universidad o de la Sociedad Colombiana de Filosofía

IMPRESO EN COLOMBIA - PRINTED IN COLOMBIA

I Congreso Colombiano de Filosofía
Memorias

Volumen II

Filosofía de la ciencia, filosofía del lenguaje y filosofía de la psiquiatría

scf sociedad colombiana de filosofía

Universidad de Bogotá
Jorge Tadeo Lozano
Colección: Humanidades

Contenido

Presentación

El I Congreso Colombiano de Filosofía fue convocado por la Sociedad Colombiana de Filosofía y por la Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano. Entre el 19 y el 22 de abril de 2006 se presentaron en las instalaciones de la Universidad 155 ponencias con una asistencia de aproximadamente 500 personas. A todas luces este evento marcó un hito significativo en la consolidación de comunidades académicas dedicadas a la reflexión filosófica en el país. Con la esperanza de fortalecer el creciente diálogo, los organizadores presentan ahora las *Memorias* del Congreso.

La publicación está dividida en tres volúmenes en los que no sólo se constata con gran satisfacción la variedad de las temáticas abordadas por ponentes provenientes de 23 universidades colombianas y algunas del exterior, sino que además se resalta la calidad de los trabajos. En el primer volumen, *Estética, fenomenología y hermenéutica*, se publican 28 ponencias presentadas en el marco del Primer Encuentro Colombiano de Estudios Estéticos, del Coloquio Colombiano de Fenomenología y de la sesión temática sobre hermenéutica. El segundo volumen, *Filosofía de la ciencia, filosofía del lenguaje y filosofía de la psiquiatría*, contiene 27 trabajos presentados en las respectivas sesiones temáticas y en el Simposio sobre Wittgenstein. El tercer volumen, *Ética y filosofía política, filosofía de la religión e historia de la filosofía*, constituye una muestra de 29 trabajos presentados en las correspondientes sesiones temáticas.

Los organizadores del Congreso quieren hacer explícito su agradecimiento a la Universidad Nacional de Colombia por su apoyo para que en el marco del Congreso se realizara el Primer Encuentro Latinoamericano de Filosofía de la Biología. Este encuentro contó con la presencia de varios invitados internacionales, los profesores Gustavo Caponi, Karla Chediak, Jorge Martínez y Alba Pérez. Los trabajos fueron editados recientemente por el profesor Alejandro Rosas en el libro *Filosofía, darwinismo y evolución* (Universidad Nacional de Colombia, 2007). También la Pontificia Universidad Javeriana y la Asociación Colombiana de Psiquiatría apoyaron generosamente para contar con la presencia de otros invitados internacionales, como Friedo Ricken, S.J., y Shaun Gallagher. El Instituto de Estudios Sociales y Culturales Pensar, por intermedio de su director Guillermo Hoyos Vásquez, hizo posible la conferencia del profesor Ernst Tugendhat. Del sector privado fueron muy significativas las contribuciones realizadas por las siguientes empresas: Banco de Bogotá, Fundación Santillana, Aviatur, Grupo Editorial Planeta y Yazaki-Ciemel.

Entre las personas que con su apoyo, esfuerzo y compromiso contribuyeron de manera especial al éxito académico del Congreso mencionamos a los profesores Vicente Durán, S.J., Magdalena Holguín, Carlos Cardona, Douglas Niño y Carlos Eduardo Sanabria.

Con relación a la logística, las inscripciones y comunicaciones del Congreso, resultó muy valioso el apoyo de Bibiana Valenzuela, Patricia Prieto, Alicia Llorente, Sandra Grande y Jennifer Sánchez.

El programa de Diseño Gráfico de la Universidad, bajo el liderazgo de su decana, Pastora Correa de Amaya, realizó con el apoyo de estudiantes un concurso para diseñar piezas gráficas que hicieran alusión al evento y a la importancia de la filosofía en la actualidad. Los trabajos estuvieron expuestos durante dos meses y fueron objeto de elogiosos comentarios por parte de los visitantes.

Para la edición académica de los tres volúmenes de las *Memorias* con todos los procesos de unificación en la presentación de las citas bibliográficas y la corrección de pruebas colaboraron con su apoyo certero los profesores Carlos Cardona, Douglas Niño, Carlos Eduardo Sanabria, Danny Marrero, Marta Patiño, Felipe Beltrán y Yecid Muñoz. El Departamento de Publicaciones de la Universidad estuvo a cargo del diseño del proyecto y la revisión final de textos bajo la responsabilidad de Andrés Londoño.

Juan José Botero Cadavid
Presidente
Sociedad Colombiana de Filosofía

Álvaro Corral Cuartas
Director Departamento de Humanidades
Universidad Jorge Tadeo Lozano

I. Filosofía de la ciencia

A. Conferencia plenaria

Algunos linderos filosóficos alrededor de las matemáticas modernas

Fernando Zalamea*

*   Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia.

Es bien conocido el auge actual que viven las matemáticas. Cálculos conservadores indican que en las últimas cuatro décadas se ha producido el 95% del conocimiento acumulado en la disciplina, muchísimo más que en toda su historia previa, con más de dos mil años de duración (incluyendo los muy fructíferos siglos XIX y XX, hasta los años sesenta de este último). Los grandes conceptos novadores de la matemática moderna –debidos a Galois, Riemann e Hilbert, por sólo citar las tres figuras fundadoras mayores– se han multiplicado y enriquecido gracias a los aportes de toda una pléyade de excepcionales matemáticos en los últimos cuarenta años. Las pruebas de resultados que habían sido anunciados como inabordables para la matemática de comienzos del siglo XXI –como el teorema de Fermat o la conjetura de Poincaré– se han conseguido, para sorpresa de la misma comunidad matemática, gracias al tesonero esfuerzo de matemáticos que han sabido aprovechar cuidadosamente los hondos avances previos de sus colegas. El auge de publicaciones y revistas matemáticas parece imparable, con toda una floreciente "industria" académica en el trasfondo; aunque el número excesivo de publicaciones puede llevar a demeritar su calidad y se sugiere con algo de sorna que, en vez de fomentarse, éstas deberían penalizarse, la inmensa vitalidad de la matemática se muestra no obstante en la actividad frenética de las casas editoriales. A su vez, las relaciones de las matemáticas con la física se encuentran de nuevo en un momento de gracia, con enlaces de una enorme originalidad y profundidad alrededor de las supercuerdas, cuantizaciones y modelos cosmológicos complejos.

Sin embargo, curiosamente, en la *filosofía de las matemáticas* la verdadera *explosión* de las matemáticas en los últimos cincuenta años es rara vez tomada en cuenta. Esto puede deberse a dos clases de razones: primero, el considerar que, a pesar de que las matemáticas avancen y evolucionen, sus *tipos* de objetos y de métodos se mantienen invariables; segundo, el cerrar sencillamente la mirada a las nuevas técnicas y a los nuevos resultados, debido a una cierta incapacidad profesional para observar las nuevas temáticas en juego. De hecho, en la práctica, las dos tendencias parecen *retroalimentarse* entre sí; por un lado, la convicción de que la filosofía de las matemáticas ya tiene suficiente material con la teoría de conjuntos (y con variantes de la lógica de primer orden) ayuda a que no se intente adentrar la mirada en otros entornos del saber matemático; por otro lado, la dificultad que conlleva enfrentarse a los avances de la *matemática moderna* (mediados del siglo XIX a mediados del XX), y, *a fortiori*, a los avances de la *matemática contemporánea* (mediados del XX hasta hoy), logra obviarse detrás de la supuesta invariabilidad ontológica y epistemológica de la disciplina. El dejar deliberadamente de observar el panorama (técnico, temático, creativo) de la disciplina es una situación que podría considerarse *escandalosa* en la filosofía de otras disciplinas científicas,[1] pero que en la filosofía de las matemáticas parece poderse sobrellevar con taxativa seguridad y sin el menor pudor.

Dos grandes extrapolaciones –a nuestro modo de ver equivocadas– sostienen la idea, ubicua en filosofía de las matemáticas, de que es *innecesario* observar los avances en curso de la disciplina. Por un lado, se considera que los objetos y los métodos de las *matemáticas elementales* y de las *matemáticas avanzadas* no difieren esencialmente entre sí; por otro lado, se presuponen un marcado cariz necesario y un trasfondo absoluto en el desarrollo de las matemáticas. Si, desde un punto de vista ontológico y epistemológico, da lo mismo explorar el teorema de Pitágoras que el teorema de Fermat, resulta por supuesto inútil esforzarse en entender (filosóficamente) todas las herramientas de geometría algebraica y de variable compleja que abren el camino de la prueba del teorema de Fermat. Si, desde un punto de vista histórico y metafísico, se considera que la evolución de las matemáticas no da lugar a nuevos tipos de "entes", resulta igualmente absurdo pretender fijarse en las complejidades de la creatividad matemática contemporánea. Sin embargo, creemos que esos dos supuestos ubicuos –no distinguir matemáticas elementales y avanzadas; no asumir una dualidad de tránsitos e invarianzas en matemáticas– valen sólo *parcialmente*, en contextos restrictivos determinados, y consideramos que extrapolar esos supuestos al conjunto "real" de las matemáticas (y, en particular, a las matemáticas contemporáneas) constituye un profundo error metodológico.

Siguiendo a David Corfield,[2] llamaremos matemáticas "reales" a la urdimbre de conocimientos matemáticos avanzados con los que diariamente se enfrentan los matemáticos en su *trabajo*, una urdimbre que puede considerarse perfectamente *real* desde diversos puntos de vista: como objeto de estudio estable por parte de

---

1 Una filosofía de la física que no tenga en cuenta los avances *técnicos* de la física sería, por ejemplo, impensable. Bernard d'Espagnat (1994), realiza por ejemplo un admirable estudio filosófico de la física cuántica, en el que se observan con cuidado los notables avances técnicos de la disciplina, y en el que se demuestra que, para entender la física cuántica, inevitablemente se requieren *nuevos* enfoques ontológicos y epistemológicos, *adaptados* a los nuevos objetos y métodos de conocimiento.

una amplia comunidad, como conjunto de saberes con una influencia visible en la práctica de la disciplina, como entramado susceptible de contrastarse efectivamente con el mundo físico. Tanto las matemáticas elementales, como la teoría de conjuntos, objeto de extensas consideraciones en la filosofía analítica, son sólo entonces un fragmento muy reducido de las matemáticas "reales". Éstas se desarrollan considerablemente a lo largo del ámbito de las *matemáticas clásicas* (mediados del siglo XVII a mediados del XIX), pero, en un vistazo de conjunto, no puede dejar de observarse que las matemáticas modernas y contemporáneas constituyen ampliamente en estos momentos el núcleo de la disciplina. Consideramos como un *supuesto básico*, no lo suficientemente apreciado, el hecho de que percibir con mayor fidelidad y precisión técnica la *totalidad* de la producción matemática puede resultar de gran relevancia para la filosofía.

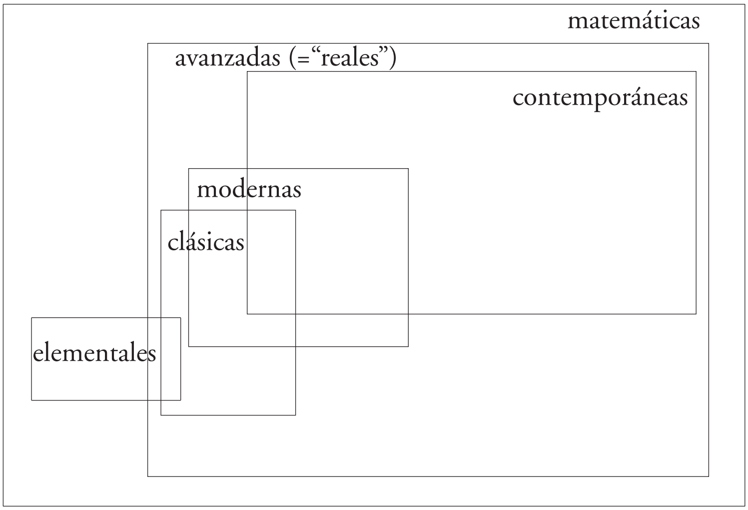


Figura 1. Correlaciones entre ámbitos de la matemática:
elementales, clásicas, avanzadas, modernas, contemporáneas.

---

[2] Como lo señala Corfield (2003), Hardy, en su polémica «Apología de un matemático», llamaba "*real mathematics*" a la matemática construida por figuras como Fermat, Euler, Gauss, Abel o Riemann (G.H. Hardy, *A Mathematician's Apology*, Cambridge, Cambridge University Press, 1940: 59-60, citado en Corfield, 2003: 2).

Los linderos que permiten distinguir los ámbitos anteriores son claramente históricos, pues la investigación matemática de punta *acumula complejidad* a lo largo de su evolución. Sin embargo, los linderos pueden también asociarse a cierto tipo de herramientas matemáticas, introducidas por grandes matemáticos, cuyos nombres sirven también para caracterizar cada época:

– *Matemáticas clásicas* (desde mediados del s. XVII hasta mediados del XIX): uso sofisticado del infinito (Pascal, Leibniz, Euler, Gauss);

– *Matemáticas modernas* (desde mediados del s. XIX hasta mediados del XX): uso sofisticado de propiedades estructurales y cualitativas (Galois, Riemann, Hilbert);

– *Matemáticas contemporáneas* (desde mediados del s. XX hasta hoy): uso sofisticado de propiedades de transferencia, reflexión y pegamiento (Grothendieck, Serre, Shelah).

En particular, dentro de las matemáticas modernas se acumula una enorme cantidad de saberes, que evolucionan y que conforman el cuerpo actual de las matemáticas: teoría de conjuntos y lógica matemática, teorías analítica y algebraica de números, álgebras abstractas, geometría algebraica, funciones de variable compleja, medida e integración, topología general y algebraica, análisis funcional, variedades diferenciales, teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales, etc.[3] Aunque una serie de notables teoremas matemáticos ha logrado demostrar que *cualquier* construcción matemática puede representarse dentro de una adecuada teoría de conjuntos (y que la enorme mayoría de las matemáticas puede representarse dentro de la teoría Zermelo-Fraenkel con lógica clásica de primer orden subyacente), es igualmente claro, dentro de la práctica matemática, que esos "calcos" sólo tienen un valor lógico, *muy alejado* de su verdadero *valor matemático*. Creemos que el hecho de que las construcciones matemáticas puedan reducirse teóricamente a construcciones conjuntistas ha actuado como otro soporte más para que, en filosofía de las matemáticas, haya podido evitarse durante tanto tiempo una mirada más comprometida con las "matemáticas reales". Sin embargo, como pronto veremos, las *estructuras* en juego y los *modos de hacer* dentro de la teoría de conjuntos y dentro

[3] La *Mathematics Subject Classification 2000* (*MSC 2000*) incluye unas *sesenta* entradas principales en un árbol que luego se ramifica muy rápidamente. Señalamos arriba sólo algunas de las entradas iniciales *indispensables* del árbol.

de otros entornos matemáticos son muy diversos, y, por consiguiente, deben ser también diversas la ontología y la epistemología planteadas (por no hablar aun de historia o de "metafísica", *imprescindibles* en la matemática). La *posibilidad* de poder reducir la demostración de un complejo teorema matemático a una serie de enunciados puramente conjuntistas (una *potencialidad* sólo existente en teoría y nunca ejecutada en la práctica, apenas se cruzan ciertos umbrales sencillos) se ha visto llevada en la filosofía de las matemáticas a una falaz extrapolación, que ha permitido que ciertas perspectivas filosóficas rehuyan una mirada a la *actualidad* de las "matemáticas reales", allende la lógica matemática o la teoría de conjuntos.

Los entornos de las matemáticas avanzadas, ya bien delimitados a mediados del siglo XX, tuvieron en Albert Lautman a un filósofo de excepción.[4] Para Lautman, la matemática –más allá de su reconstrucción conjuntista *ideal*– se jerarquiza en entornos *reales* de muy diversa complejidad, donde se entrelazan los conceptos y los ejemplos gracias a procesos en los que lo *libre* y lo *saturado* se contraponen estructuralmente, y en los que, gracias a la mediación de los *mixtos*, surgen muchas de las mayores creaciones matemáticas. Al adentrarse en el amplio conglomerado de las matemáticas de su época, Lautman puede detectar algunos rasgos *específicos* de las matemáticas avanzadas,[5] que *no se dan* en las matemáticas elementales:

(*i*) *Compleja jerarquización* de las diversas teorías matemáticas, irreducibles entre sí relativamente a sistemas intermedios de deducción;

(*ii*) *Riqueza* de modelos, irreducibles a meras manipulaciones lingüísticas;

(*iii*) *Unidad* de métodos estructurales y de polaridades conceptuales detrás de la anterior multiplicidad efectiva;

---

4 La obra de Albert Lautman (1908-1944) merece entenderse como la más incisiva obra filosófica del siglo XX que se detiene en las *matemáticas modernas*, y que busca dibujar los mecanismos ocultos de la creatividad matemática avanzada, así como sintetizar los enlaces *estructurales y unitarios* del saber matemático. Los escritos de Lautman, olvidados y poco comprendidos en su momento, resurgen con una nueva reedición francesa (Lautman: 2006) y con la primera traducción completa de sus trabajos a otro idioma que no sea el francés (Lautman 2008, en prensa).

5 Son pocas las obras críticas atentas a la multiplicidad de los haceres matemáticos avanzados, y, como émulo de la obra de Lautman, merece señalarse a Javier de Lorenzo, siempre atento a los hondos estratos y a los muy diversificados ramales de la invención matemática moderna. De sus trabajos, véanse, en particular, *Introducción al estilo matemático* (Madrid, Tecnos, 1971), *La matemática y el problema de su historia* (Madrid, Tecnos, 1977), *El método axiomático y sus creencias* (Madrid, Tecnos, 1980) y *Filosofías de la matemática, fin de siglo XX* (Valladolid, Universidad de Valladolid, 2000). De Lorenzo no parece conocer a Lautman y no lo menciona en sus escritos.

(*iv*) *Dinámica* del hacer matemático, contrastado entre lo libre y lo saturado, atento a la división y a la dialéctica;

(*v*) *Enlace teoremático* de lo que es múltiple en un nivel con lo que es uno en otro nivel, por medio de mixtos, ascensos y descensos.

Las matemáticas elementales –punto de mira privilegiado de la filosofía analítica– merecen contraponerse con las teorías matemáticas avanzadas que conforman el amplio espectro de las matemáticas modernas. Uno de los argumentos repetidos para poder *reducir la mirada* a las matemáticas elementales consiste en asegurar que todas las proposiciones matemáticas, entendidas como tautologías, son equivalentes entre sí, y que, por lo tanto, desde una perspectiva filosófica, basta con estudiar el espectro de las proposiciones elementales. Por ejemplo, el altamente anodino "$2 + 2 = 4$" sería, desde un punto de vista lógico, equivalente al significativo y diciente teorema de Hahn-Banach (HB), puesto que ambas proposiciones son deducibles en el sistema Zermelo-Fraenkel (ZF). Sin embargo, la equivalencia tautológica "trivial" $ZF \vdash HB \leftrightarrow 2 + 2 = 4$ está lejos de agotar tanto su contenido matemático, *como* su mismo estatuto lógico. La equivalencia, en efecto, se derrumba inmediatamente si, en vez de partir de ZF, se escogen sistemas axiomáticos *intermedios*. De hecho, las *reverse mathematics* de Friedman y Simpson (Simpson, 1999) muestran que las proposiciones básicas de la aritmética –que, por ejemplo, estudia repetidamente Wittgenstein en sus *Lectures on the Foundations of Mathematics* (1989)– se encuentran en los niveles más bajos del desarrollo matemático (dentro de un sistema RCA_0 reducido a demostrar la existencia de conjuntos recursivos), mientras que el teorema de Hahn-Banach no sólo requiere herramientas más avanzadas (un sistema WKL_0 con formas débiles del lema de König), sino que es plenamente *equivalente* a ellas. En términos precisos, resulta que $RCA_0 \nvdash HB \leftrightarrow 2 + 2 = 4$, puesto que se tiene $RCA_0 \vdash HB \leftrightarrow WKL_0$, $RCA_0 \vdash 2 + 2 = 4$ y $RCA_0 \nvdash WKL_0$.

Las consecuencias de un tal estado de cosas son patentes, pero no han sido lo suficientemente consideradas en filosofía de las matemáticas. Primero, resulta absurdo comparar pares de proposiciones matemáticas *con respecto* a sistemas de base excesivamente potentes. *A los ojos de ZF* todas las proposiciones demostrables se trivializan lógicamente (en pares de tautologías equivalentes), no porque las proposiciones contengan en sí mismas un idéntico valor lógico (o matemático), sino porque *desde ZF* no se aprecian las diferencias. ZF es entonces una suerte de *absoluto* deductivo, tan cómodo para aquellos que observan analíticamente el Universo conjuntista, como para aquellos que desean restringirse únicamente a las matemáticas elementales, aunque las *franjas* intermedias de poder deductivo dentro de ZF (al estilo de los sistemas estudiados en las *reverse mathematics*) constituyan los entornos verdaderamente relevantes desde el punto de vista de las matemáticas "reales", con múltiples *jerarquías* y diferencias en las que puede realizarse un estudio matemáticamente productivo de obstrucciones y transferencias lógicas. Segundo, resulta imposible sostener la idea de una matemática tautológica, expresable plenamente por el ámbito acotado de las matemáticas elementales. Apenas se cruzan los umbrales de complejidad del sistema RCA_0 (y se pasa a un sistema ACA_0 en el cual pueden probarse los primeros resultados importantes del álgebra abstracta, como la existencia de ideales maximales en anillos conmutativos), se entra en una *red relativa* de equiconsistencias parciales donde la noción –pretendidamente estable y absoluta– de tautología pierde todo sentido matemático real. La matemática sigue produciendo teoremas necesarios, pero dentro de contextos deductivos variables, cuyas oscilaciones y cambios son fundamentales para poder expresar el verdadero valor matemático del teorema. Tercero, resulta inmediatamente palpable la presencia indispensable de ciertas *irreductibilidades*, lógicas y matemáticas, dentro de la disciplina. La riqueza de las matemáticas radica en sus demostraciones *en vaivén* –la imposibilidad de evadir ciertas obstrucciones y la posibilidad de efectuar ciertas transferencias–, algo que desafortunadamente desaparece desde perspectivas *extremas*: desde una perspectiva tautológica absoluta (ZF, donde todo es transferible) o desde perspectivas elementales (subsistemas de RCA_0, donde todo es obstrucción).

La *compleja jerarquización* de las matemáticas avanzadas –punto (*i*) señalado más arriba– da lugar así a una panoplia de escalas constructivas, correspondencias inversas y gradaciones de todo tipo –particularmente visibles en la teoría de Galois y en teorías generalizadas de la dualidad–, que permiten estudiar con mayor *fidelidad* la emergencia de la creatividad matemática. La eclosión y la génesis de las estructuras matemáticas, vedadas en una estática aproximación analítica, resultan más visibles desde una perspectiva dinámica en la que un problema, un concepto o una construcción se *transforman* mediante las soluciones parciales del problema, las definiciones acotadas del concepto, o el haz de saturaciones y decantamientos de la construcción. En ese ámbito del pensamiento eminentemente vivo y en incesante evolución que es la matemática, una honda jerarquización no sólo es imprescindible, sino *motor* mismo de creación. Cualquier filosofía de las matemáticas que deje de tener en cuenta la compleja riqueza jerárquica de las matemáticas avanzadas no sólo dejará de lado así delicadas "intermitencias de la razón" (diferencias en la contrastación lógica), sino aun más finas "intermitencias del corazón" (diferencias en la creatividad matemática).

El punto (*ii*), en el que se distinguen las matemáticas modernas y las matemáticas elementales, contiene también de entrada un fuerte potencial filosófico. La matemática moderna ha producido, en todos sus campos de acción, conglomerados realmente notables de modelos, extremadamente diversos y originales, con significativas distinciones estructurales. Se trata en efecto de colecciones *semánticas* que superan con mucho las más acotadas teorías sintácticas que esas colecciones ayudan a moldear, como puede verse, por ejemplo, al comparar el universo explosivo y desigual de los grupos finitos simples con la axiomatización elemental subyacente de la teoría. Las matemáticas avanzadas contienen una gran riqueza semántica, irreducible a meras consideraciones gramaticales, aunque una *extrapolación falaz* ha pretendido identificar el hacer matemático con el hacer de ciertas reglas gramaticales. En efecto, aunque desde el punto de vista de las matemáticas elementales es comprensible pretender reducir el pensamiento matemático a una gramática deductiva, ya que los modelos tienden a ser pocos y estar controlados, el extrapolar esa situación a las matemáticas "reales" ha constituido una monumental trivialización, ya que las clases de modelos pueden pasar a tener comportamientos totalmente erráticos (trabajos de Shelah). Para intentar reducir "matemática" a "gramática", se asume entonces una reducción (falaz) de "matemática" a "matemáticas elementales", y luego se aplica la identificación (plausible) de "matemáticas elementales" con reglas gramaticales finitarias.

La riqueza de la matemática moderna radica, en buena medida, en la enorme diversidad de estructuras y modelos que en el último siglo y medio se han venido construyendo (*y/o* descubriendo, no entramos en la cuestión, aunque creemos, siguiendo a Grothendieck, que *tanto* la construcción *como* el descubrimiento son imprescindibles). Todo tipo de estructuras surcan permanentemente el panorama actual de las matemáticas, y un claro rasgo distintivo de las matemáticas avanzadas consiste en tener que considerar *simultáneamente* múltiples estructuras en cualquier atisbo de comprensión de un fenómeno matemático. El fenómeno requiere considerarse a menudo desde puntos de vista complementarios, donde se entrecruzan muy diversas herramientas, aritméticas, algebraicas, topológicas, geométricas. Una característica fundamental de las matemáticas modernas es entonces su capacidad de *recorrer* una multiplicidad aparentemente discordante de estructuras *aprovechando* notables instrumentarios que consiguen armonizar la diversidad. Sin variedad, multiplicidad y complejidad, las matemáticas modernas no habrían podido siquiera emerger, y, como veremos, sin entrelazamiento y unidad no habrían podido consolidarse. La situación es entonces muy distinta de aquella de las matemáticas elementales, en donde las estructuras se encuentran estrictamente determinadas –los enteros, el plano real, y poco más– y en donde, por tanto, no alcanzan a darse ni una variabilidad de los modelos, ni una fluxión entre subcampos de la matemática. De nuevo, una constatación central es que, aunque al restringirse a las matemáticas elementales pueda ser viable confundir modelos y lenguaje, eliminándose así la variabilidad y la fluxión de la semántica, esto inmediatamente deja de ser así dentro de las matemáticas avanzadas, donde las colecciones de estructuras (matemáticas) y las colecciones de hechos (físicos) gobiernan firmemente el panorama, a menudo de manera independiente de cualquier consideración sintáctica o lingüística.

La riqueza multiplicativa y diferencial de la matemática moderna va acompañada de una tendencia pendular complementaria hacia lo unitario y lo integral –punto (*iii*) indicado arriba–. Las tensiones dialécticas entre lo Uno y lo Múltiple han encontrado en las matemáticas modernas un fértil campo de *experimentación*. La unidad de las matemáticas se expresa, no sólo gracias a una base común donde se reconstruye el Todo (teoría de conjuntos), sino –ante todo– en la convergencia de sus métodos y en el *transvase* de ideas entre sus diversas redes. La penetración de los métodos del álgebra en el análisis, el análisis subordinado a la topología, la ubicua geometrización de la lógica, o el acorde estructural de la variable compleja dentro de la aritmética, conforman algunos ejemplos donde, en el detalle local, se percibe la unidad global de las matemáticas. Una profunda inversión epistemológica muestra cómo –contrariamente a lo que podría pensarse en primera instancia– una atenta observación de la diversidad práctica *permite* reintegrar luego lo Uno detrás de lo Múltiple. De hecho, una plena conciencia de la diversidad no se reduce a lo disconexo, sino retorna a la unidad, ya sea en el pragmatismo de Peirce, en el montaje de Benjamin, en el *relé* de Francastel, o en la diferencia de Deleuze. De forma similar –y con gran precisión técnica– las matemáticas modernas buscan (y consiguen) encadenar una prolífica multiplicidad de *niveles* dentro de grandes *torres* y armazones unitarias.

Esa *reconstrucción* de lo Uno detrás de lo Múltiple es otro rasgo fundamental que permite separar matemáticas elementales y matemáticas avanzadas. De entrada, la matemática elemental es "una", puesto que no ha alcanzado previamente a multiplicarse o diferenciarse; la matemática avanzada, en cambio, luego de pasar por procesos creativos explosivos, ha debido reentender y reconstruir lazos y urdimbres comunes en medio de la diversidad. La fortaleza y la solidez producidas por ese doble movimiento de vaivén –diferenciación/integración, multiplicación/unificación– son virtudes *propias* de las matemáticas avanzadas, que sólo muy débilmente pueden ser detectadas en las matemáticas elementales. De hecho, algunas de las grandes teorías unitarias de la matemática contemporánea –teoría generalizada de Galois, topología algebraica, teoría de categorías– se *trivializan* a nivel elemental, ya que las estructuras en juego no alcanzan a tener una suficiente riqueza diferencial, que merezca ser luego reintegrada. Es factualmente imposible, por tanto, pretender observar los mismos tipos de movimientos conceptuales al discurrir sobre sumas de palotes, o al adentrarse, por ejemplo, en la teoría de cuerpos de clases. Creemos que el no haber entendido, o no haber querido asumir, ese tipo de distinciones ha hecho bastante daño en la filosofía de las matemáticas.

Inmediatamente ligado al vaivén entre multiplicidad y unidad en las matemáticas modernas, se encuentra el ineludible dinamismo del hacer matemático –punto (*iv*)–. La matemática, tal como se ha ido desarrollando desde mediados del siglo XIX hasta hoy, no cesa de crear nuevos espacios para el entendimiento. Un proceso pendular –en donde, por una parte, se acumulan meticulosas saturaciones dentro de estructuras *particulares*, y, por otra, se desgaja el comportamiento libre de estructuras *genéricas*– permite contemplar a la vez un espectro inusitadamente preciso de obstrucciones/resoluciones locales y una serie de esquemas organizativos globales. El tránsito dinámico entre lo local y lo global es uno de los éxitos mayores de la matemática moderna, un tránsito difícil de percibir en las matemáticas elementales, donde prima una clara preponderancia de lo local. De nuevo, parece realizarse una extrapolación indebida cuando el carácter eminentemente estático, terminado, estable, "liso" de las matemáticas elementales pretende considerarse como propio de *toda* la matemática en su conjunto. Las matemáticas avanzadas son, en cambio, esencialmente dinámicas, abiertas, inestables, "caóticas"; no es una casualidad, cuando se les pregunta a los matemáticos acerca del futuro de su disciplina, que casi todos dejen completamente abierto el panorama; con mil fuerzas tirando hacia diferentes lugares, la "geometría" de la creatividad matemática está repleta de singularidades y vórtices impredecibles.

El ir y venir entre diversas perspectivas (conceptuales, hipotéticas, deductivas, experimentales), diversos entornos (aritméticos, algebraicos, topológicos, geométricos, etc.) y diversos niveles de estratificación dentro de cada entorno es uno de los rasgos dinámicos fundamentales de la matemática moderna. Cuando ese "ir y venir" pendular se concreta parcialmente en urdimbres de enlaces teoremáticos, y cuando se sistematiza el tránsito de ascensos y descensos entre ciertos niveles de estratificación –con un gran arsenal de *mixtos* intermedios para *guiar* el tránsito–, nos encontramos entonces –punto (*v*)– ante otra de las peculiaridades específicas de las matemáticas avanzadas. De hecho, en bajos niveles de complejidad, como puede suceder con las matemáticas elementales, las alturas (ascenso/descenso) y las construcciones intermedias (mixtos) tienden *naturalmente* a trivializarse y desaparecer. Hay que enfrentarse, por ejemplo, con obstrucciones en sistemas infinitarios de ecuaciones lineales o en clases de ecuaciones integrales para que surja la noción de espacio de Hilbert, uno de los mixtos más incisivos de la matemática moderna, así como hay que enfrentarse con ciertas singularidades en las funciones de variable compleja para que surjan las superficies de Riemann, otra de las construcciones paradigmáticas modernas. De forma similar, la teoría de Galois, uno de los grandes puntales de desarrollo de las matemáticas, con notables transferencias conceptuales hacia los más variados dominios de la matemática, sería impensable sin haber tenido que considerar importantes obstrucciones entre redes de nociones asociadas a resoluciones algebraicas e invarianzas geométricas. Al abordar problemáticas de gran complejidad –tensadas por urdimbres dialécticas muy ramificadas– las matemáticas modernas se ven obligadas así a *combinar* múltiples perspectivas, herramientas y conocimientos, algo que rara vez sucede en ámbitos elementales.

Más allá de los puntos (*i*)-(*v*) que acabamos de discutir,[6] y que constituyen un primer plano de separación entre las matemáticas elementales y las matemáticas

---

[6] La obra de Lautman provee gran variedad de ejemplos técnicos donde se concretan las tendencias anteriores, así como otras formulaciones de los puntos *(i)-(v)*.

modernas (mediados del s. XIX a mediados del XX, tal como las hemos definido), creemos que las matemáticas *contemporáneas* (1950 hasta hoy) incorporan otros criterios adicionales que refuerzan su especificidad. *Además de conservar* las características propias de lo moderno –(*i*)-(*v*)–,[7] las matemáticas contemporáneas aportan nuevos elementos de distinción con respecto a las matemáticas elementales, entre los cuales se pueden señalar:

(*vi*) *Impureza* estructural de la aritmética (conjeturas de Weil, programa de Langlands, teoremas de Deligne, Faltings y Wiles, etc.);

(*vii*) *Geometrización* sistemática de todos los entornos de la matemática (haces, homologías, geometría algebraica, cobordismo, lógica geométrica, etc.);

(*viii*) *Esquematización* y liberación de restricciones conjuntistas, algebraicas o topológicas (grupoides, categorías, esquemas, topos, motivos, etc.);

(*ix*) *Fluxión* y deformación de los linderos usuales de las estructuras matemáticas (no linealidad, no conmutatividad, no elementalidad, cuantización, etc.);

(*x*) *Reflexividad* de teorías y modelos sobre sí mismos (teorías de la clasificación, teoremas de punto fijo, modelos monstruo, clases elementales / no elementales, etc.).

Muchos de los trabajos novadores mayores de grandes matemáticos contemporáneos[8] pueden situarse, *grosso modo*, en las líneas anteriores, como lo sugerimos en la tabla siguiente:[9]

---

7 No hay, en matemáticas, ningún tipo de "quiebre postmoderno". Siguiendo a Rodríguez Magda, para caracterizar a nuestra época parece mucho más apropiado hablar de *transmodernidad* que de una muy dudosa "post" modernidad (Rodríguez Magda, 2004). En matemáticas –y, de hecho, en la cultura como un todo, tal como lo hemos señalado en nuestro ensayo «Razón de la frontera y fronteras de la razón»– las nociones *continuas* ligadas al tránsito y a la frontera son imprescindibles. El prefijo *trans-* parece ser por consiguiente mucho más indicador de nuestra condición (*y de la condición matemática*) que un prematuro *post-*.

8 La escogencia es, inevitablemente, personal, aunque sin duda algunas de las figuras fundamentales de la matemática desde 1950 se encuentran en la lista siguiente. No aparecen otras figuras imprescindibles de las matemáticas contemporáneas (como Atiyah, Borel, Chevalley, Connes, Dieudonné, Gelfand, Kontsevich, Lax, Margulis, Smale o Thurston, por señalar sólo algunos nombres) debido a limitaciones de espacio.

9 Las marcas indican una *clara preponderancia* de trabajos en cada línea, y no sólo incursiones que puedan considerarse como acotadas con respecto al resto de la obra de cada matemático. Creemos que Grothendieck se sitúa claramente por encima de todos los demás matemáticos del último medio siglo, algo que tenuemente señalan las *cinco* marcas que sirven para registrar la enorme presencia de su obra. Las demás marcas deben entenderse sólo como indicativas, aunque, creemos, son también adecuadamente representativas.

	(*vi*)	(*vii*)	(*viii*)	(*ix*)	(*x*)
Grothendieck	•	•	•	•	•
Shelah		•	•	•	•
Weil	•	•	•		
Serre	•	•	•		
Langlands	•	•	•		
Milnor		•		•	•
Thom		•		•	•
Gromov		•		•	•
Zilber		•	•	•	
Eilenberg		•	•		•
Lawvere		•	•	•	
Freyd		•	•		•

Figura 2. Algunos grandes matemáticos dentro de líneas mayores
de desarrollo de la matemática contemporánea.

Detrás de la mixturación aritmética (*vi*), la geometrización (*vii*), la esquematización (*viii*), la fluxión estructural (*ix*) y la reflexividad (*x*), se pueden observar algunos modos de conceptualización y construcción de las matemáticas contemporáneas que no se encontraban (o aparecían sólo *in nuce*) en el período 1900-1950. Una primera inversión fundamental consiste en estudiar fragmentos de las matemáticas, no partiendo de descripciones axiomáticas parciales (como en el programa de Hilbert), sino partiendo de clases de estructuras correlacionadas. Tanto desde la lógica matemática –con la imparable eclosión de la teoría de modelos– como desde la matemática pura –con la teoría de categorías–, los objetos de estudio en la matemática no son tanto colecciones de axiomas y sus modelos asociados, como, desde una *perspectiva inversa*, clases de estructuras y sus lógicas asociadas (un punto de vista imprescindible para la *emergencia* de la teoría abstracta de modelos y de los cuantificadores generalizados, siguiendo a Lindström). En el caso en que la clase de estructuras es muy extensa y recorre transversalmente múltiples campos de las matemáticas (como las categorías intermedias entre categorías regulares y topos), la amplitud de la perspectiva provee a menudo nuevos teoremas globales (jerarquización sintética, delimitación de fronteras, transferencia –como en los teoremas de representación de Freyd–). En el caso en que la clase surge a partir de ciertas estructuras particulares y de sus deformaciones infinitesimales (como en la cuantización), el preciso y hondo conocimiento de la clase lleva a notables avances técnicos locales (descomposición analítica, fluxión, control asintótico –como en la prueba de la conjetura de Poincaré, según Perelman–). En cualquiera de los dos casos, sin embargo, la matemática *vuelve a preceder* explícitamente a la lógica. Se trata de una situación básica (ampliamente prefigurada por Peirce), que, de hecho, ha seguido tal vez subsistiendo siempre en la *práctica* matemática, pero que a lo largo del siglo XX fue repetidamente velada desde perspectivas cercanas a la filosofía analítica o a la filosofía del lenguaje.

Una segunda inversión esencial consiste en la enorme capacidad de las matemáticas contemporáneas por construir incisivos avances técnicos *desde linderos* aparentemente inmanejables –clases no elementales (Shelah), geometría no conmutativa (Connes), lógica no lineal (Girard), etc.–, allende las clases de entornos normalizados que habían surgido naturalmente en la disciplina en la primera mitad del siglo XX. En vez de progresar desde un interior positivo, en el que se acumula el conocimiento, hacia un exterior negativo, en cierta forma incognoscible, la matemática contemporánea se sitúa de entrada en determinados *confines* del *no*, y procede a explorar constructivamente, desde esas fronteras, nuevos y asombrosos territorios. Una tercera inversión consiste en considerar los *mixtos* matemáticos, no como entes intermedios útiles en una deducción, sino como entes propios, iniciales, donde se juega realmente la construcción de la disciplina. No hay espacio de las matemáticas contemporáneas que no se encuentre atravesado por las técnicas más diversas; la condición mediadora (*trans-*), que en la primera parte del siglo XX podía verse como etapa en un camino demostrativo, tiende a convertirse actualmente en la condición central misma de la disciplina. La extraordinaria *combinación* de estructuración aritmética, geometrización algebraica, esquematización, fluxión y reflexividad en la obra de Grothendieck es un ejemplo privilegiado en el que todas las herramientas se dirigen justamente a controlar el *tránsito* de ciertas concepciones matemáticas globales a lo largo de un enorme espectro de entornos locales.

Debe notarse que, en todos los casos, las oscilaciones y las inversiones señaladas no se dan en las matemáticas elementales, ni pueden darse en sus acotados campos de acción. Por otro lado, aun desde un panorama conjuntista amplio, como puede ser ZF con la lógica clásica de primer orden, muchas de las corrientes anteriores se convierten en una suerte de "no observables". Creemos aquí que una de las fallas básicas de la filosofía matemática ha consistido en *no acoplar* sus instrumentarios filosóficos de observación con los entornos observados, y en intentar producir panoramas uniformizados de conjunto. Otra metodología –más acorde al desarrollo de las matemáticas contemporáneas– podría consistir, en cambio, en observar ciertos entornos de la matemática con los filtros filosóficos mejor *adecuados* para ello, y, *luego*, intentar *pegar* sintéticamente las diversas observaciones filosóficas conseguidas –un programa pragmático (en el sentido de Peirce) puede bosquejarse, para obtener la realización de ciertos pegamientos parciales–.

Si es completamente *natural* utilizar herramientas de filosofía analítica para ver el Universo conjuntista con la lógica clásica de primer orden subyacente, resulta en cambio equivocado pretender seguir con las mismas herramientas para observar *otros* entornos de la matemática (entornos alternos que son la *mayoría*: la teoría de conjuntos sólo ocupa un espacio muy reducido de la investigación matemática, como puede verse en la *MSC 2000*). En el momento actual, sólo desde ciertas perspectivas *dialécticas* (adjunciones categóricas) pueden captarse la esquematización y la fluxión, así como sólo desde una perspectiva *relacional* sintética pueden entenderse las grandes corrientes de la estructuración contemporánea, o sólo desde una perspectiva *modal* plena puede observarse la inexhaustible riqueza del continuo. La especificidad de las matemáticas modernas y contemporáneas *fuerza* a tener que estar cambiando de filtros en la observación filosófica, y se encuentra así en juego la elaboración de una nueva *óptica filosófica* que permita observar –con una maquinaria pragmática de lentes que aseguren menos distorsiones– el panorama de las matemáticas "reales".

Bibliografía

Corfield, David. 2003. *Towards a Philosophy of Real Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

De Lorenzo, Javier. 1971. *Introducción al estilo matemático*. Madrid: Tecnos.

———. 1977. *La matemática y el problema de su historia*. Madrid: Tecnos.

———. 1980. *El método axiomático y sus creencias*. Madrid: Tecnos.

———. 2000. *Filosofías de la matemática: fin del siglo XX*. Valladolid: Universidad de Valladolid.

D'ESPAGNAT, Bernard. 1994. *Le réel voilé. Analyse des concepts quantiques*. París: Fayard.

LAUTMAN, Albert. 2006. *Les idées, les mathématiques* et le réel physique. París: Vrin.

———. 2008 (en prensa). *Ensayos sobre la estructura y la unidad de las matemáticas modernas*. Edición, introducción y traducción de F. Zalamea. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia / Embajada de Francia / Siglo del Hombre.

MATHEMATICS SUBJECT CLASSIFICATION 2000 (*MSC 2000*).

RODRÍGUEZ MAGDA, Rosa María. 2004. *Transmodernidad*. Barcelona: Anthropos.

SIMPSON, Stephen G. 1999. *Subsystems of Second Order Arithmetic*. Nueva York: Springer.

WITTGENSTEIN, Ludwig. 1939. *Lectures on the Foundations of Mathematics*. Chicago: University of Chicago Press (1989).

I Congreso Colombiano de Filosofía

Abril 19 a 22 de 2006 - Bogotá, Colombia

scf sociedad colombiana de filosofía

Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano

ISBN 978-958-9029-98-5

Diseño de cubierta: Felipe Duque Rueda