EXPLOTACIÓN DE RECURSOS RENOVABLES

Tasa de descuento

JOSÉ FERNANDO ISAZA DELGADO
DIÓGENES CAMPOS ROMERO

UNIVERSIDAD DE BOGOTÁ
JORGE TADEO LOZANO

EXPLOTACIÓN DE RECURSOS RENOVABLES
Tasa de descuento

JOSÉ FERNANDO ISAZA DELGADO
DIÓGENES CAMPOS ROMERO

Universidad de Bogotá
JORGE TADEO LOZANO

Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano
Carrera 4 No. 22-61 Bogotá D. C. Colombia
PBX: 2427030 - www. utadeo.edu.co

EXPLOTACIÓN DE RECURSOS RENOVABLES
Tasa de descuento

ISBN: 978-958-725-038-1

Primera edición: agosto de 2010

Rector: José Fernando Isaza Delgado
Vicerrector Académico: Diógenes Campos Romero
Director de Publicaciones (e): Jaime Melo Castiblanco
Coordinación de producción: Henry Colmenares Melgarejo
Diagramación: Diógenes Campos Romero
Portada: Felipe Duque Rueda

Impresión digital: Xpress Estudio Gráfico y Digital S.A.

Explotación de recursos renovables Tasa de descuento

José Fernando Isaza D.*

Diógenes Campos R.**

Resumen

Este artículo ilustra con la ayuda de modelos matemáticos la manera como se debe proceder para dar un uso óptimo a un recurso natural renovable.

*Universidad Jorge Tadeo Lozano, Bogotá. E-mail: jfisaza@utadeo.edu.co.

**Universidad Jorge Tadeo Lozano, Bogotá. E-mail: dcamposr@utadeo.edu.co.

1. Introducción

La naturaleza proporciona recursos naturales que el hombre y la sociedad humana utilizan para la producción de bienes o para el consumo. Los recursos naturales se clasifican en no renovables y renovables: en el primer caso, como el petróleo por ejemplo, los recursos en existencia disminuyen como consecuencia de la utilización o del consumo y no se regeneran, excepto, eventualmente, en lapsos muy largos; en el segundo caso, los recursos pueden aumentar o disminuir dependiendo de la cantidad que se use. Los peces y los bosques son ejemplos de productos naturales renovables.

Es un hecho que la tasa de descuento es fundamental en el proceso de explotación sostenible de un recurso natural. Elevadas tasas de descuento propician la extinción de la especie. Menores tasas de descuento estimulan la conservación de la misma. En los casos en los cuales la tasa de crecimiento de una especie es menor que la tasa de descuento privada, se requiere de regulación nacional o multinacional para evitar la desaparición de la especie. La fijación de la tasa de descuento no solo es un problema económico, es ante todo una decisión ética y filosófica. Tasas bajas de descuento implican mayor grado de responsabilidad de las generaciones actuales con relación a las futuras. Sin embargo, puede argumentarse que no es necesario realizar grandes sacrificios en el presente, puesto que las generaciones futuras tendrían mayor riqueza y conocimientos tecnológicos para resolver los problemas heredados.

En este artículo se ilustra, con la ayuda de modelos matemáticos, la manera como se debe proceder para dar un uso óptimo a un recurso natural renovable. Se restringen consideraciones a una especie, por ejemplo la explotación de ballenas, sin incorporar en el modelo la posible interdependencias con otras especies (por ejemplo, depredador-presa).

2. El dilema ético

Considérense las preguntas:

- ¿Tiene mayor valor una vida dentro de 100 años?
- ¿Debe sacrificarse una vida actual para preservar una futura?
- ¿La no existencia es un mal?

El informe Stern sobre cambio climático [1, 2] le da un gran peso al bienestar de las futuras generaciones, esto se refleja en la adopción de una tasa de descuento (TD) del 1,4 % anual. Así, para evitar costos ambientales de US$$10^{12}$ dentro de 100 años o de US$$497 \times 10^9$ dentro de 50, se justifican inversiones (o menores consumos) hoy de US$$247 \times 10^9$.

Por el contrario William Nordhaus, utilizando una TD del 6 % sólo justifica una reducción de consumo de US$$25 \times 10^9$ hoy para evitar costos de US$$10^{12}$ en 100 años [3].

El impuesto al carbón varía de US$26/tonelada a US$90/tonelada, según se asuma una TD del 3 % o del 1 %, con el fin de fomentar la disminución de la concentración de CO_2 en la atmósfera.

Las siguientes frases resumen el debate existente con respecto a las dos posiciones [4, 5]:

- "Por qué tengo que sacrificarme por

el futuro, si el futuro no ha hecho nada por mí", Woody Allen.

- "No somos dueños de la naturaleza solo administradores de ella y nuestra obligación es dejarla intacta para las generaciones que nos sucederán", (dominio público).

3. Modelo matemático

Ahora bien, llamando δ = tasa de descuento, r la tasa de crecimiento intrínseca de la población. Asumiendo que la población $x(t)$ evoluciona con el tiempo t de acuerdo al modelo logístico [1], si $\delta > r$, hay un incentivo económico para extinguir la especie con preferencia a su explotación sostenible,

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right),$$

donde $x(0)$ es la condición inicial, r la tasa de crecimiento inicial y K es la máxima población sostenible.

La evolución de la población es

$$x(t) = \frac{x(0)}{\alpha + (1 - \alpha)\exp(-rt)}$$

donde

$$\alpha := \frac{x(0)}{K}$$

Si p es el precio unitario, extinguir la especie genera un ingreso bruto $px(0)$.

Suponiendo que la sobrexplotación no afecta los precios, por el contrario cazando, pescando o talando en cada período, el crecimiento de la población tiene un valor presente neto de

$$\begin{aligned} VP &= p\sum_{t=1}^{\infty}(x(1) - x(0))\exp(-\delta t) \\ &= p\,[x(1) - x(0)]\,\frac{1}{\exp\delta - 1} \end{aligned}$$

$$VP = px(0)\frac{1-\alpha}{\alpha\exp r + (1-\alpha)} \times \frac{\exp r - 1}{\exp\delta - 1} < px(0)$$

con

$$r < \delta \qquad \alpha\exp r + (1-\alpha) > 1$$

Obsérvese que si α es cercano a 1, el valor presente de la explotación sostenible es cercano a cero. Por lo cual, desde un punto de vista de racionalidad económica, es más efectivo disminuir la población a un cierto valor, que se definirá más adelante, e iniciar la explotación periódica (ver figura 1).

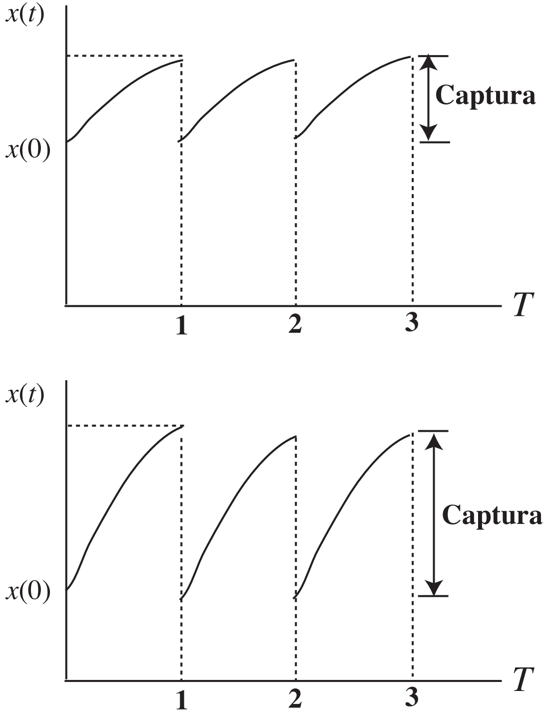

Figura 1: la racionalidad econ´omica sugiere disminuir la población a un cierto valor y realizar una explotación periódica.

4. Explotación de un recurso renovable

Una explicación de los anteriores desarrollos permite comprobar cómo las elevadas tasas de descuento, implícitas en la pesca de ballenas en buena parte explicadas como una forma de reflejar el riesgo de la operación, unidas a la baja tasa de reproducción de éstas y a un alto valor económico de la operación de su pesca (para la extracción del aceite, la carne y las varillas para los corsés), condujeron a finales del siglo XIX y principios del XX a la casi extinción de estos mamíferos marinos.

En la actualidad, la mayor parte de los países - Japón es una excepción- han firmado y cumplido los convenios de restricción de la pesca de ballenas. Adicionalmente, los desarrollos tecnológicos, en particular en el sector petroquímico, han permitido encontrar mejores sustitutos al aceite de ballena. Si bien hoy la demanda de varillas para corsés debe estar en franca decadencia, el desarrollo de las fibras plásticas con seguridad podrían abastecer la demanda, ante un improbable cambio en la tendencia de la moda.

En lo que sigue se desarrolla el modelo propuesto por Levin [8]. Los resultados presentan ligeras diferencias con los mostrados por el autor mencionado, puesto que no se conocen todas las hipótesis del modelo, lo que llevó a estimar algunos parámetros. Para el cálculo de la utilidad inicial de la explotación, se hacen algunos supuestos sobre el tamaño y la evolución de la flota pesquera.

Llamando $h(x, t)$ la captura, se asume que la población evoluciona con el tiempo según el siguiente modelo

$$\frac{dx}{dt} = f(x) - h(x,t)$$

Se considera que el modelo logístico representa la evolución de la población sin influencia externa y que la captura es proporcional al esfuerzo E (número de barcos, de cazadores, de aserradores) y a la población $x(t)$. En lo que sigue, se usa la abreviación $c := qE$.

Con base en lo anterior, la evolución de la población se expresa mediante la siguiente ecuación [1]:

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - qEx = \phi(x) \qquad (1)$$

Las gráficas de la figura 2 ilustran el comportamiento de $x(t)$ como función del tiempo, t: en el primer caso, para grandes tiempos la población alcanza un valor estable no nulo, mientras que en el segundo caso la población se extinge (es decir tiende a cero).

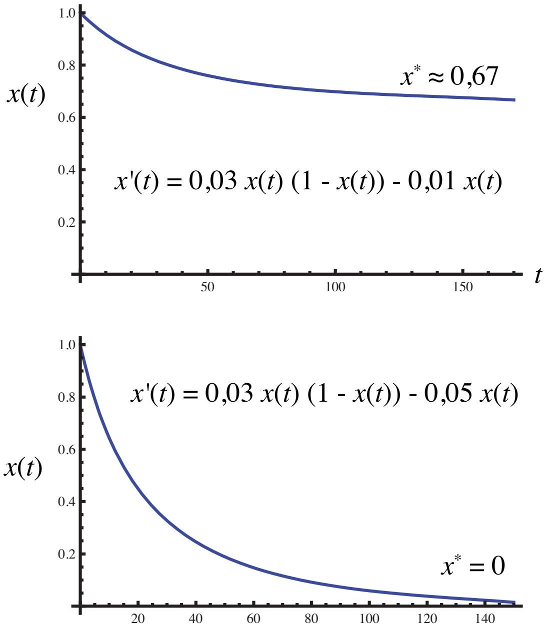

Figura 2: con los valores que se indican en las gráficas, el sistema dinámico (1) tiene como punto de equilibrio $x^{\star} \approx 0,67$ y $x^{\star} = 0$. Las gráficas muestra la evolución temporal a partir del estado inicial $x(0) = K = 1$.

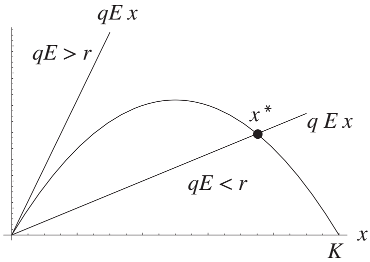

Figura 3: los valores de r y qE determinan el cruce de la curva $rx\,(1 - x/K)$ con la recta qEx y la estabilidad de los puntos de equilibrio del sistema (1).

Los valores de r y qE son los que determinan los puntos de equilibrio del sistema dinámico (1), como se muestra en la figura 3.

El punto de equilibrio no trivial es

$$x^\star = K\left(1 - \frac{qE}{r}\right), \quad qE < r$$

Si $\phi'(x^\star) = -r + qE < 0$, el punto de equilibrio es estable. Si $qE > r$, la población se extingue por sobreexplotación, es decir asintóticamente tiende a $x^\star = 0$.

En el punto de equilibrio no trivial la captura es

$$h(E) = qKE\left(1 - \frac{qE}{r}\right) \qquad (2)$$

Si asumimos que los costos son proporcionales al esfuerzo, la utilidad o ingreso neto es

$$U(E) = pqKE\left(1 - \frac{qE}{r}\right) - cE \qquad (3)$$

Como se observa en la figura 5, con un esfuerzo $E > E_1$, lejos de aumentar el ingreso, este disminuye.

5. Optimización dinámica

Se formula ahora el siguiente problema: determinar la población de equilibrio que maximiza el valor presente del

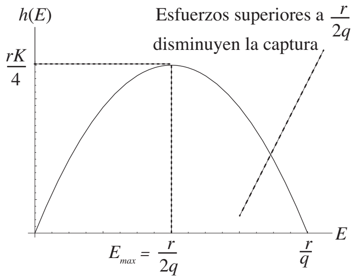

Figura 4: comportamiento de la captura como función del esfuerzo, según (2).

ingreso. En términos formales:

$$\max_{0 \leq E \leq E_M} \int_0^T \exp(-\delta t)\,(ph(q,t) - cE)\,dt$$

sujeto a

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t) - h(x,t), \quad x(0) = K$$

Se trata de un típico problema de optimización dinámica.

Se busca determinar las funciones $\mu(t)$ y $\chi(t)$, denominadas variables de control

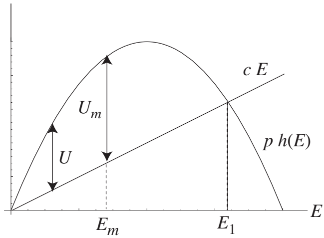

Figura 5: comportamiento de las funciones que intervienen en la utilidad $U(E) := p\, h(E) - cE$ como función del esfuerzo, según (3).

y de estado respectivamente, que maximizan la integral

$$\max_{0 \leq |\mu| \leq \mu_M} \int_0^T F(t, \chi(t), \mu(t)) dt \qquad (4)$$

sujeta a las siguientes condiciones:

$$\frac{d\chi}{dt} = g\,(t, \chi(t), \mu(t))$$

$$\chi(0) = \chi_0, \quad \chi(T) \geq 0 y T \leq \infty$$

Para resolver el problema de optimización se construye el hamiltoniano

$$H(\chi, \lambda, u, t) := F(\chi, u, t) + \lambda\, g(\chi, u, t)$$

Las ecuaciones canónicas que tenemos como condición suficiente para resolver el problema (4), asumiendo condiciones de derivabilidad, son [7, 9]:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \chi}$$

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \lambda}$$

En lo que sigue aplicamos el proceso de optimización al problema descrito en el presente artículo, así:

$$\max_{0 \leq E \leq E_M} \int_0^T \exp(-\delta t)\,(p\,h(x,t) - cE)\,dt$$

sujeto a

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t) - h(x,t), \quad x(0) = K$$

En nuestro caso $h(t,x) = qEx$. Por lo tanto,

$$\max_{0\leq E\leq E_M} \int_0^T \exp(-\delta t)\,(ph(q,t) - cE)\,dt$$

sujeto a

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t) - qEx, \quad x(0) = K$$

El hamiltoniano es:

$$H = \exp(-\delta t)\,(p\,h(x,t) - c)\,E$$

$$+\lambda\,(f(x) - qEx)$$

Entonces, la condición

$$\frac{\partial H}{\partial E} = 0$$

implica que

$$\lambda = \exp(-\delta t)\left(p - \frac{c}{qx}\right) \tag{5}$$

Similarmente, de

$$-\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{d\lambda}{dt} \tag{6}$$

sigue que

$$\frac{d\lambda}{dt} = \lambda qE - \exp(-\delta t)pq - \lambda f'(x) \quad (7)$$

Derivando (5) e igualando con (7):

$$f'(x) = \delta + \frac{cf(x)}{x\,(pqx - c)} \qquad (8)$$

Si los costos son cero, $f'(x) = \delta$. A medida que δ aumenta $x^{\star}$ disminuye, $x^{\star} < K/2$. Se observa cómo se cumple el principio: a mayor tasa de descuento, mayor es el riesgo de extinción.

Si se asume la función logística como la función de evolución de la población (ver figura 6), en ausencia de pesca o de cacería, después de una larga y monótona álgebra, se obtiene la siguiente expre-

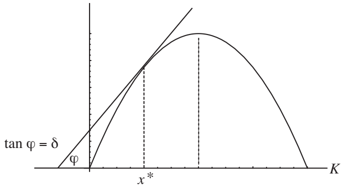

Figura 6: representación de la relaci ́on (8) para una función logística $f(x)$; el punto $x^\star$ designa el punto de equilibrio de la explotación.

sión para la población de equilibrio [8]:

$$x^\star = \frac{1}{4}\left\{A + K\left(1 - \frac{\delta}{r}\right)\right\}$$

$$+\frac{1}{4}\left[\left(s + K\left(1 - \frac{\delta}{r}\right)\right)^2 + 8KA\frac{\delta}{r})\right]^{1/2} \quad (9)$$

con

$$A = \frac{pq}{c} \quad (10)$$

Como ejemplo numérico, considérese que para describir la situación antes de la explotación masiva de las ballenas en el Atlántico, se tenían los siguientes datos (BWU = unidades equivalentes de ballenas azules):

$$r = 0{,}05, \quad K = 400\,000\, BWU$$

$$q = 1{,}3 \times 10^{-5} \quad \text{por barco/día}$$

$$p = \text{US\$7,000/BWU}$$

$$c = \text{US\$5,000}\,\text{por barco/día}$$

Si $\delta = 0$, $x^\star = 227{,}500$ BWU, pesca sostenible $rx^\star\,(1 - x^\star/K) = 4{,}905$ BWU/año.

Si $\delta = 20\,\%$, $x^\star = 68{,}600$ BWU, pesca sostenible $rx^\star\,(1 - x^\star/K) = 2{,}845$ BWU/año.

Referencias

[1] José Fernando Isaza D., Diógenes Campos R., *Ecología: una mirada*

desde los sistemas dinámicos, Editorial Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, 2006.

[2] N. Stern, "The economics of climate change: The Stern Review", Cambridge University Press, Cambridge, 2007.

[3] W. D. Nordhaus, "A review of the Stern Review on the economics of global warming", J. Econ. Lit. 45, 686, 2007.

[4] John Broome, "The Ethics of Climate Change", Scientific American, June 2008.

[5] Bj∅rn Lomborg, "Global Crises Global Solutions", Cambridge University Press, 2004.

[6] Third Autum Course on Mathematical Ecology, ICTP (1990):

Levin S. A., Patterns and Processes in the Distribution and Dynamics of Antarctic Krill. Ver: http://cdsagenda5.ictp.trieste.it/full_display.php?ida=a02196.

[7] Morton Karmien, Nancy Schwartz, “Dynamical Optimization”, Elsevier, 1998.

[8] Simon A. Levin *et al.*, “Applied Mathematical Ecology” (Biomathematics), Springer, 1989.

[9] Jürgen Josj, Xianqing Li-Jost, “Calculus of variations”, Cambridge University Press, 1998.

ISBN: 978-958-725-038-1
9 789587 250381

Universidad de Bogotá
JORGE TADEO LOZANO